Vraag	Antwoord	Scores

Loodrecht door de parabool

16 maximumscore 6

- $\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = 2t$ en $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = 1$ — 1
- Dan volgt $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = \frac{1}{2t}$ — 1
- ($t = \sqrt{a}$, dus) de richtingscoëfficiënt van de raaklijn in A is $\frac{1}{2\sqrt{a}}$ — 1
- De richtingscoëfficiënt van lijn AM is $\frac{\sqrt{a}}{a-r}$ — 1
- Er moet gelden $\frac{\sqrt{a}}{a-r} \cdot \frac{1}{2\sqrt{a}} = -1$ — 1
- Uit $\frac{1}{2(a-r)} = -1$ volgt $a - r = -\frac{1}{2}$ en dus $a = r - \frac{1}{2}$ — 1

of

- $\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = 2t$ en $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = 1$ — 1
- ($t = \sqrt{a}$, dus) een richtingsvector van de raaklijn in A is $\begin{pmatrix} 2\sqrt{a} \\ 1 \end{pmatrix}$ — 1
- $\overrightarrow{MA} = \begin{pmatrix} a-r \\ \sqrt{a} \end{pmatrix}$ — 1
- Er moet gelden $\begin{pmatrix} a-r \\ \sqrt{a} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2\sqrt{a} \\ 1 \end{pmatrix} = 0$ — 1
- Dus $(a-r)(2\sqrt{a}) + \sqrt{a} = 0$ — 1
- Hieruit volgt $2(a-r) = -1$ en dus volgt $a - r = -\frac{1}{2}$ en dus $a = r - \frac{1}{2}$ — 1

of

- (Voor het bovenste deel van de parabool geldt) $y = \sqrt{x}$ — 1
- ($\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$, dus) een richtingsvector van de raaklijn in A is $\begin{pmatrix} 1 \\ \frac{1}{2\sqrt{a}} \end{pmatrix}$ — 1
- $\overrightarrow{MA} = \begin{pmatrix} a-r \\ \sqrt{a} \end{pmatrix}$ — 1
- Er moet gelden $\begin{pmatrix} a-r \\ \sqrt{a} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{1}{2\sqrt{a}} \end{pmatrix} = 0$ — 1
- Dus $a - r + \sqrt{a} \cdot \frac{1}{2\sqrt{a}} = 0$ — 1
- Dus $a - r + \frac{1}{2} = 0$ en dus $a = r - \frac{1}{2}$ — 1

of

- (Voor het bovenste deel van de parabool geldt) $y = \sqrt{x}$ — 1
- $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ dus de helling van de parabool in A is $\frac{1}{2\sqrt{a}}$ — 1
- MA (staat hier loodrecht op en) heeft (dus) richtingscoëfficiënt $-2\sqrt{a}$ — 1
- Dus (omdat $\overrightarrow{MA} = \begin{pmatrix} a-r \\ \sqrt{a} \end{pmatrix}$) $-2\sqrt{a} = \frac{\sqrt{a}}{a-r}$ — 1
- Dus $-2\sqrt{a}(a-r) = \sqrt{a}$ ofwel $-2(a-r) = 1$ — 1
- Dat geeft $-a + r = \frac{1}{2}$ dus $a = r - \frac{1}{2}$ — 1

17 maximumscore 6

- De zijden van driehoek $AA'M$ (met A' de loodrechte projectie van A op de x-as) hebben lengte $\frac{1}{2}$, $\sqrt{r - \frac{1}{2}}$ en $\frac{1}{2}r$ — 2
- De vergelijking $(\frac{1}{2})^2 + (\sqrt{r - \frac{1}{2}})^2 = (\frac{1}{2}r)^2$ — 1
- Dit herleiden tot $r^2 - 4r + 1 = 0$ — 1
- Dit geeft $r = 2 + \sqrt{3}$ en $r = 2 - \sqrt{3}$ (of gelijkwaardige uitdrukkingen) — 1
- Het antwoord $r = 2 + \sqrt{3}$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) — 1

of

- De zijden van driehoek $AA'M$ (met A' de loodrechte projectie van A op de x-as) hebben lengte $\frac{1}{2}$, $\sqrt{a}$ en (omdat $MA = \frac{1}{2}r$) $\frac{1}{2}a + \frac{1}{4}$ — 2
- De vergelijking $(\frac{1}{2})^2 + (\sqrt{a})^2 = (\frac{1}{2}a + \frac{1}{4})^2$ — 1
- Dit herleiden tot $4a^2 - 12a - 3 = 0$ — 1
- Dit geeft $a = \frac{3}{2} + \sqrt{3}$ en $a = \frac{3}{2} - \sqrt{3}$ (of gelijkwaardige uitdrukkingen) — 1
- Het antwoord $r = 2 + \sqrt{3}$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) — 1

of

- $A(a, \sqrt{a}) = (r - \frac{1}{2}, \sqrt{r - \frac{1}{2}})$ — 1
- Dus $B(r-1, 2\sqrt{r - \frac{1}{2}})$ — 1
- De cirkel met middelpunt M en straal r heeft vergelijking $(x-r)^2 + y^2 = r^2$ — 1
- B ligt op deze cirkel, dus $(-1)^2 + 4r - 2 = r^2$ ofwel $r^2 - 4r + 1 = 0$ — 1
- Dit geeft $r = 2 + \sqrt{3}$ en $r = 2 - \sqrt{3}$ (of gelijkwaardige uitdrukkingen) — 1
- Het antwoord $r = 2 + \sqrt{3}$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) — 1

of

- A is het midden van MB, dus $B(2a - r, 2\sqrt{a})$ — 2
- De coördinaten van B invullen in $(x-r)^2 + y^2 = r^2$ geeft $(2a - 2r)^2 + (2\sqrt{a})^2 = r^2$ — 1
- $a = r - \frac{1}{2}$ invullen geeft $(-1)^2 + 4r - 2 = r^2$ ofwel $r^2 - 4r + 1 = 0$ — 1
- Dit geeft $r = 2 + \sqrt{3}$ en $r = 2 - \sqrt{3}$ (of gelijkwaardige uitdrukkingen) — 1
- Het antwoord $r = 2 + \sqrt{3}$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) — 1

of

- Lijn AM heeft vergelijking $y = -2\sqrt{a}(x - r)$ — 1
- Snijden met de cirkel $(x-r)^2 + y^2 = r^2$ geeft $(x-r)^2 + 4a(x-r)^2 = r^2$, ofwel $(x-r)^2 = \dfrac{r^2}{1+4a}$ — 1
- Dit geeft $x_B = r - \sqrt{\frac{r^2}{1+4a}}$, ofwel (met $a = r - \frac{1}{2}$) $x_B = r - \sqrt{\frac{r^2}{4r-1}}$ — 1
- (Omdat $r - x_B = 2(r - a) = 1$ geldt) $\sqrt{\frac{r^2}{4r-1}} = 1$, dus $r^2 - 4r + 1 = 0$ — 1
- Dit geeft $r = 2 + \sqrt{3}$ en $r = 2 - \sqrt{3}$ (of gelijkwaardige uitdrukkingen) — 1
- Het antwoord $r = 2 + \sqrt{3}$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) — 1

Opmerking
Voor het eerste antwoordelement van het eerste, tweede en vierde antwoordalternatief mogen uitsluitend 0 of 2 scorepunten worden toegekend.